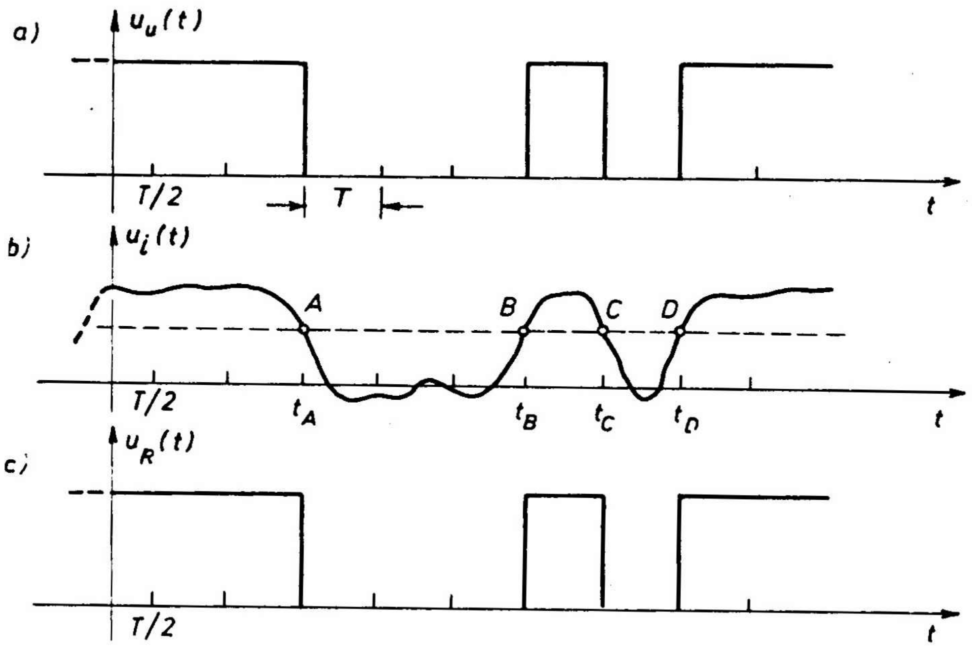
Prenos bez ISI u realnim sistemima (2. dio)

- Drugi Nyquistov kriterijum
- Opšti oblik standardnog signala
- Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka
- Transferzalni filtar

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum

- Kako je moguće obezbijediti prenos u kome ne dolazi do izobličenja trajanja značajnih stanja signala?
- ***"Kriterijum za savršen prenos je da interval između trenutaka kada struja prolazi kroz srednju vrijednost (ili neku drugu specificiranu vrijednost) treba biti isti kao i odgovarajući interval na strani predaje".***



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum

- promjena značajnih stanja se smije odigravati samo na ivicama signalizacionih intervala
- drugi Nyquistov kriterijum biće uvijek zadovo1jen ako standardni odziv y(t) bude imao vrijednost $y_1/2$ u trenucima $t=\pm T/2$ i ako u svim ostalim trenucima koji su ravni pozitivnim i negativnim neparnim multiplima od T/2 bude jednak 0.
- obavezno je da kompletan digitalni signal na prijemu unutar bilo kog svog signalizacionog intervala ne prolazi kroz vrijednost $y_1/2$ kako ne bi došlo do promjene odluke unutar samog intervala.
- treba dodati i onaj slučaj u kome bi signal duže vremena zadržavao vrijednost $y_1/2$, što bi dovelo do toga da se odluka ne može donijeti (neki oblici binarnih signala pokazuju ovaj efekat).

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum

- Analitička formulacija u domenu vremena:

$$y\left[(2m-1)\frac{T}{2}\right]=\frac{y_1}{2}(\delta_{m0}+\delta_{m1}),\quad \mathrm{m}=0,\pm 1,\pm 2,\ldots$$

- Analitička formulacija u domenu učestanostu:

$$y\left[(2m-1)\frac{T}{2}\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}Y(j\omega)e^{j\omega(2m-1)\frac{T}{2}}d\omega$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n Y[j(\omega+n\omega_s)]=y_1\frac{2\pi}{\omega_s}\frac{1}{2}\left(e^{j\frac{\pi}{\omega_s}\omega}+e^{-j\frac{\pi}{\omega_s}\omega}\right),\quad -\frac{1}{2}\omega_s\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n Y[j(\omega+n\omega_s)]=y_1 T\cos\frac{\pi}{\omega_s}\omega,\qquad -\frac{1}{2}\omega_s\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum

- Pretpostavi li se da se sistem pobuđuje standardnim signalom u obliku delta impulsa, $x(t)=\delta(t)$, onda će odziv $y(t)$ predstavljati impulsni odziv sistema, a njegova Fourierova transformacija $Y(j\omega)$ biće jednaka funkciji prenosa.

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X\left(j\omega\right) = H(j\omega) = A(\omega)e^{j\chi(\omega)}$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n A(\omega+n\omega_s)\cos\chi(\omega+n\omega_s) = y_1 T\cos\frac{\pi}{\omega_s}\omega, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \le \omega \le \frac{1}{2}\omega_s$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}(-1)^n A(\omega+n\omega_s)\sin\chi(\omega+n\omega_s) = 0, \quad -\frac{1}{2}\omega_s \le \omega \le \frac{1}{2}\omega_s$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum

- Prema tome, funkcija prenosa sistema koji zadovoljava drugi Nyquistov kriterijum se svodi na amplitudsku karakteristiku:

$$H(j\omega)=A(\omega)=\begin{cases} y_1 T\cos\dfrac{\pi}{\omega_s}\omega, & |\omega|\le\dfrac{1}{2}\omega_s=\omega_c \\ 0, & |\omega|\ge\dfrac{1}{2}\omega_s=\omega_c \end{cases}$$

- Vidi se da, za razliku od sistema minimalnog propusnog opsega koji zadovoljava prvi Nyquistov kriterijum, sistem minimalnog propusnog opsega koji zadovoljava drugi Nyquistov kriterijum nije idealan, već se fizički može realizovati.

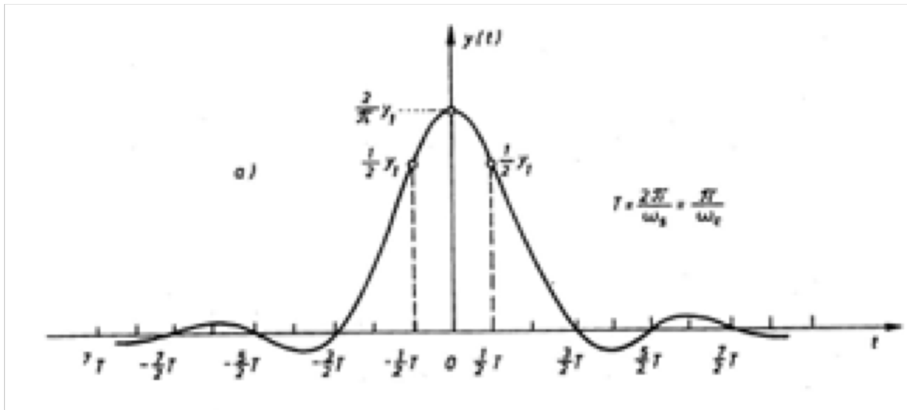
Prenos bez ISI u realnim sistemima

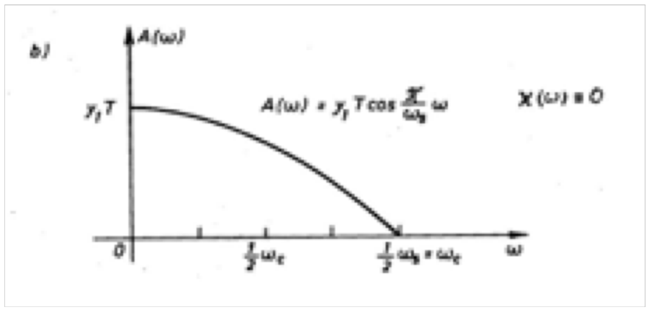
Drugi Nyquistov kriterijum

- Odziv ovog sistema na impulsnu pobudu će biti:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)H(j\omega)e^{j\omega t}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\omega_s}{2}}^{\frac{\omega_s}{2}} y_1 T\cos\frac{\pi}{\omega_s}\omega \cdot e^{j\omega t}d\omega$$

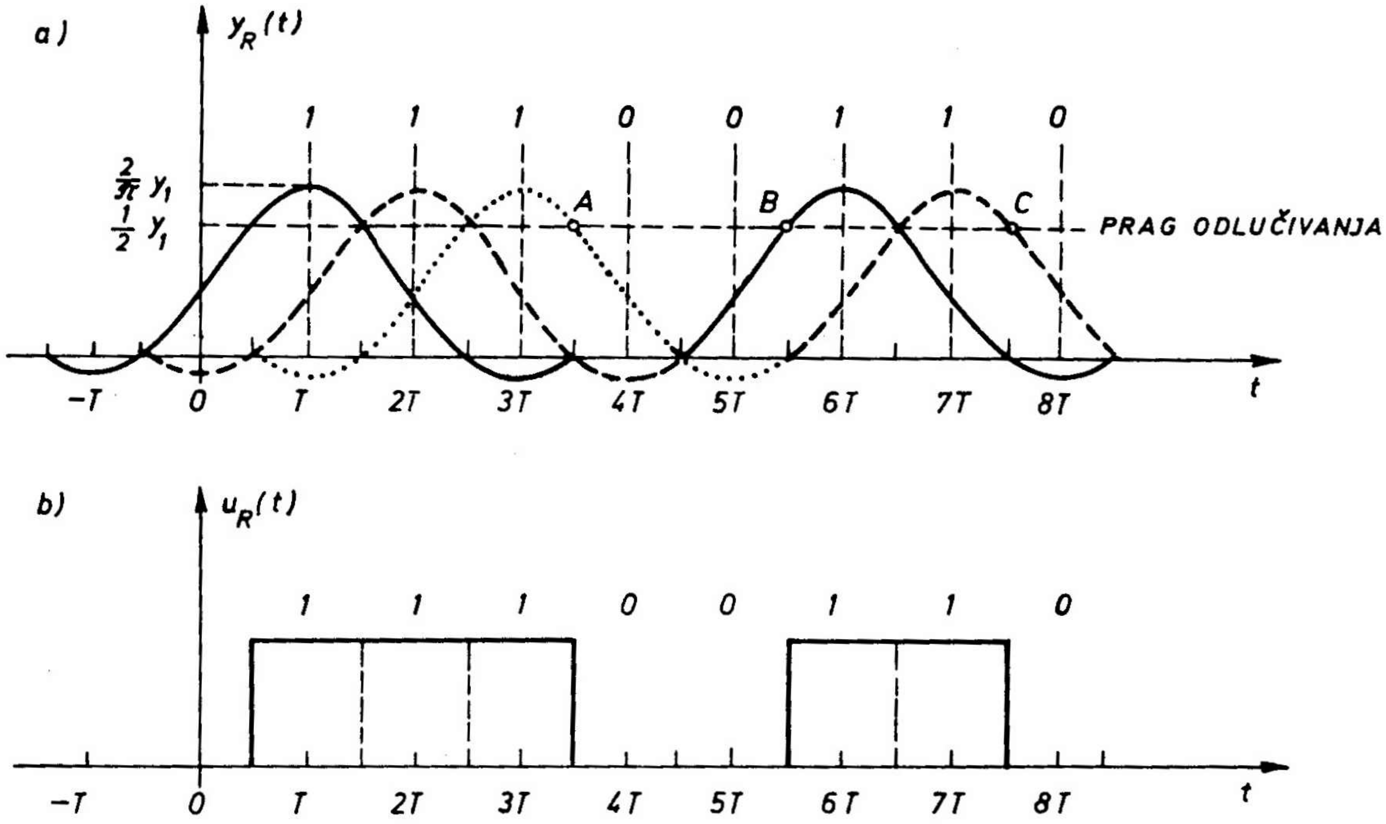
$$y(t) = \frac{2}{\pi}y_1\frac{\cos\omega_c t}{1-(\frac{2\omega_c t}{\pi})^2}, \quad \omega_c = \frac{1}{2}\omega_s$$





Prenos bez ISI u realnim sistemima

Drugi Nyquistov kriterijum



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Nyquistov slučajevi (2. Nyquistov kriterijum)

- Funkcije prenosu su oblika:

$$A(\omega)=\begin{cases} A(\omega), & |\omega|\le\omega_g \\ 0, & |\omega|>\omega_g \end{cases} \qquad \omega_c\le\omega_g\le 2\omega_c$$

- Opšti uslovi za realni i imaginarni dio karakteristike postaju oblika:

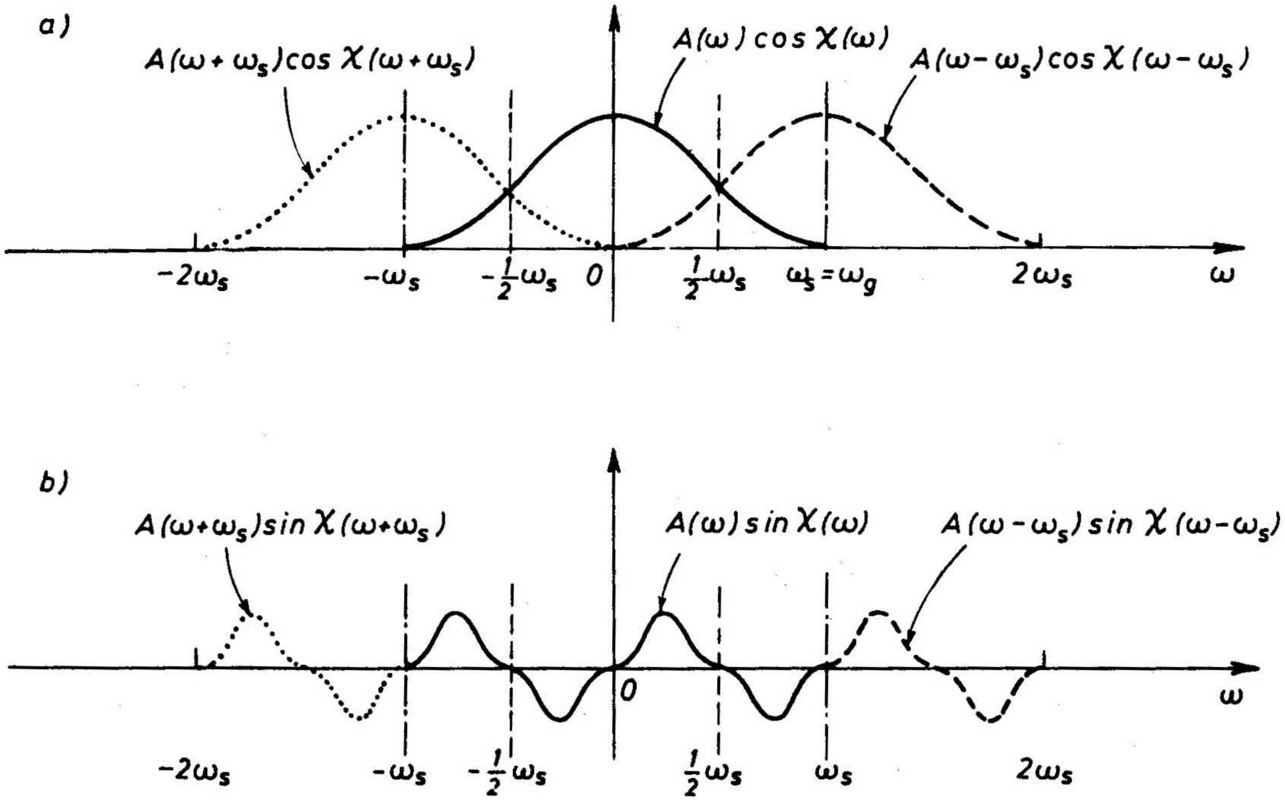
$$A(\omega)\cos\chi(\omega)-A(\omega-\omega_s)\cos\chi(\omega-\omega_s)=y_1 T\cos\frac{\pi}{\omega_s}\omega, \qquad 0\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

$$A(\omega)\sin\chi(\omega)-A(\omega-\omega_s)\sin\chi(\omega-\omega_s)=0, \qquad 0\le\omega\le\frac{1}{2}\omega_s$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Nyquistov slučajevi (2. Nyquistov kriterijum)

- Primjer funkcija prenosa koje spadaju u grupu Nyquistovih slučajeva po drugom Nyquistovom kriterijumu:



Prenos bez ISI u realnim sistemima

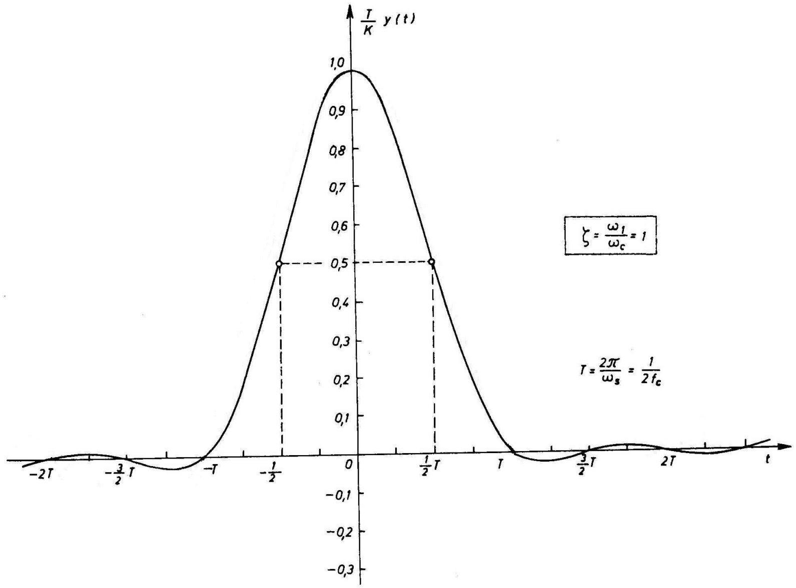
Nyquistov slučajevi (2. Nyquistov kriterijum)

- Podignuti kosinus

$$A(\omega) = K \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{\omega_s}\omega = \cos^2\frac{\pi}{2\omega_s}\omega, & |\omega| \le \omega_s = 2\omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_s \end{cases}$$

- Impulsni odziv

$$y(t) = \frac{K}{T}\frac{1}{1-(\frac{2\omega_c t}{\pi})^2}\frac{\sin 2\omega_c t}{2\omega_c t}, \qquad \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{T}} = y_0$$



Prenos bez ISI u realnim sistemima

3. Nyquistov kriterijum

- Kako je moguće izbjeći uticaj ISI kada se za značajan parametar signala izabere njegova površina u jednom signalizacionom intervalu?
- Analitička formulacija

$$p(mT) = \int_{(2m-1)\frac{T}{2}}^{(2m+1)\frac{T}{2}} y(t)dt = p_0 \delta_{m0}, \qquad \mathrm{m} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Opšti oblik standardnog signala

- Kako zadovoljiti Nyquistove kriterijume i onda kada standardni signal x(t) nije delta impuls?
- Nyquistovi kriterijumi i uslovi koje oni zahtjevaju ostaće i dalje na snazi ako se učini da spektar standardnog signala na ulazu u sistem bude konstantan.
- To se može postići tako što će se ispred sistema prenosa kaskadno vezati mreža koja modifikuje spektar standardnog signala i koja ima funkciju prenosa $H_X(j\omega)=1/X(j\omega)$ tako da na njenom izlazu on bude kao i spektar delta impulsa, tj. konstantan.

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

- Neka se radi o prenosu u osnovnom opsegu učestanosti i neka na ulaz sistema dolazi standardni signal:

$$u_u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x(t-kT)$$

- Odziv sistema na emitovani signal je:

$$u_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(t-kT)$$

- Pošto se signalu u toku prenosa superponira i šum, rezultirajući signal na ulazu sklopa za odlučivanje je:

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(t-kT) + \eta(t)$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

- Neka se odbirci uzimaju u trenucima t=nT.

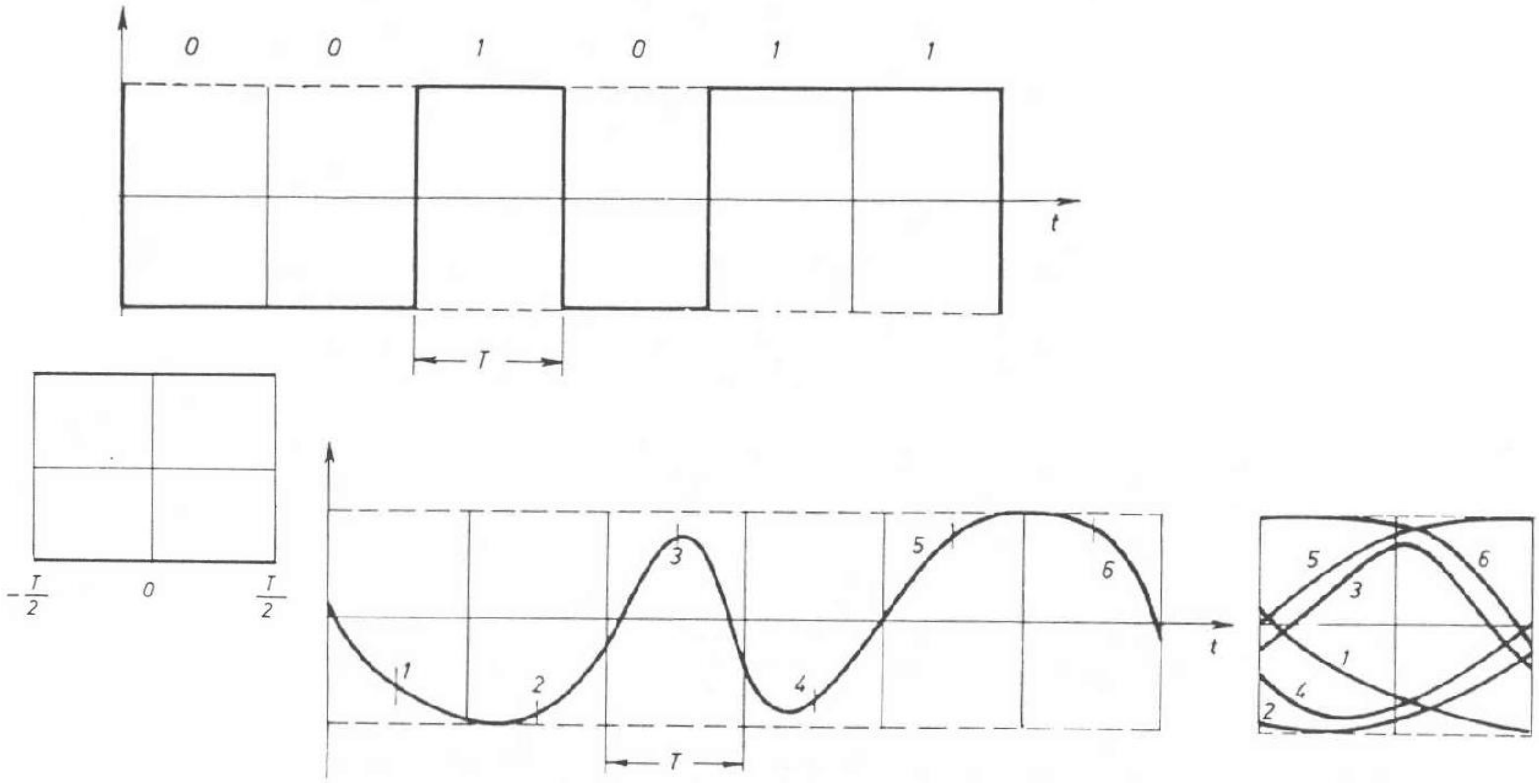
$$u(nT)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y(nT-kT)+\eta(nT)$$

- Ovaj n-ti odbirak može da se napiše i u obliku:

$$u_n=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k y_{n-k}+\eta_n=a_n y_0+\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq n}}^{\infty} a_k y_{n-k}+\eta_n$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

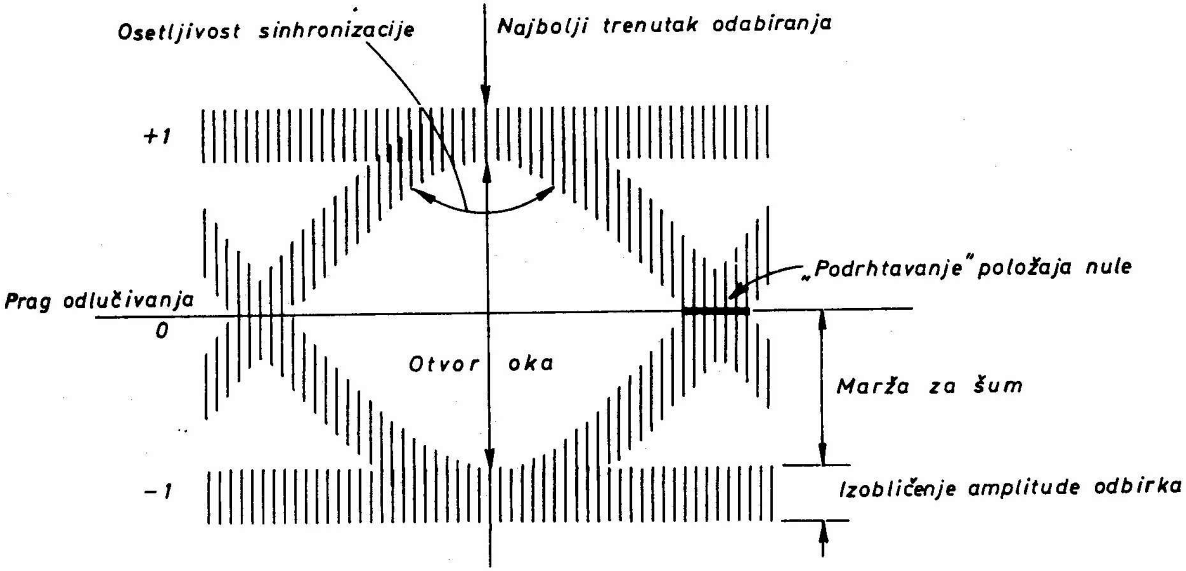
Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

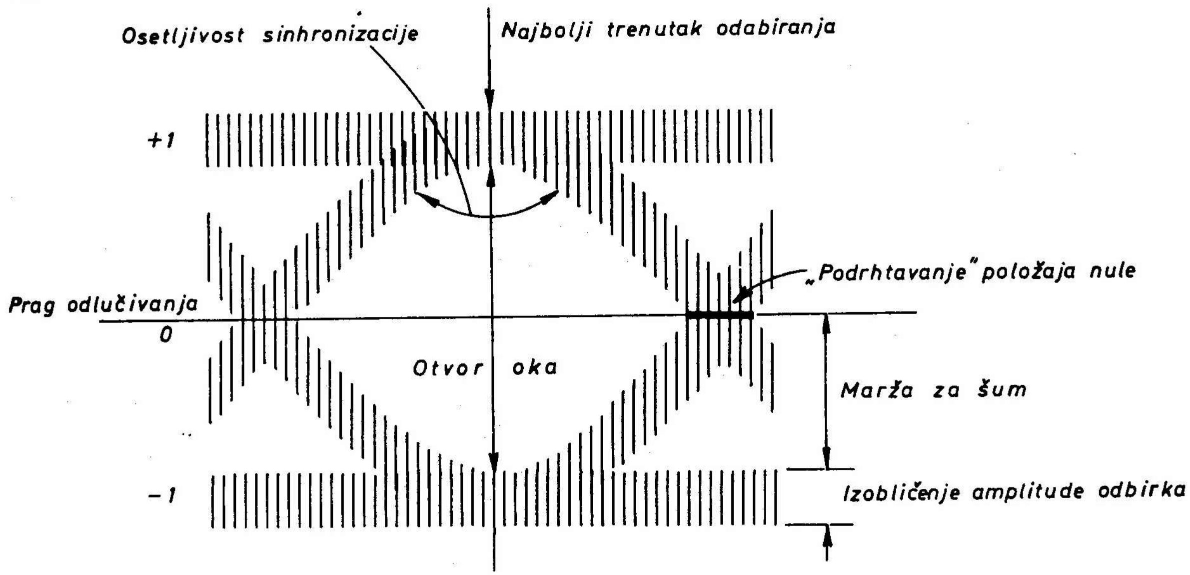
- dijelovi signala iz pojedinih signalizacionih intervala koji su preklopljeni jedan preko drugog daju dijagram oka. Naravno, ako se uzme dugačka povorka impulsa, mnoge linije će se preklopiti i obrazovaće se zadebljani tragovi. Oni su prikazani kao osjenčene površine na slici.



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka

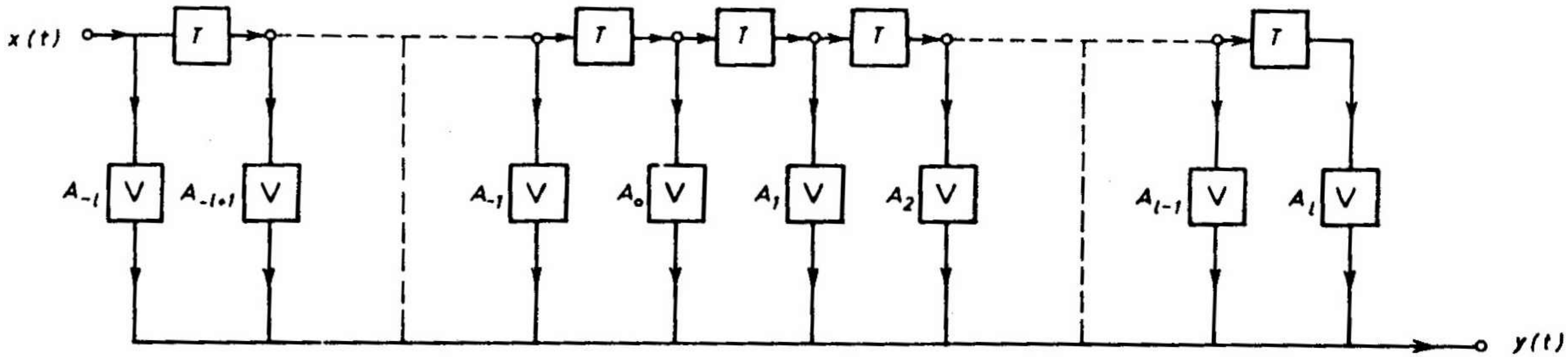
- Otvor oka govori kolika je ISI
- Na osnovu širine otvora oka se može procijeniti trajanje intervala u kome je moguće izabrati trenutak odabiranja
- Podrhtavanje položaja nule
- Debljina osjenčenih tragova
- Marža na šum
- M-arni signali (M-1 oblik)



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Funkcija prenosa treba da zadovolji NK kako bi se izbjegla ISI
- NK nikada idealno ne mogu da se ostvare
- Neophodno je vršiti korekciju funkcije prenosa
- Korekcija se obavlja pomoću transferzalnog filtra
- Transferzalni filtar se sastoji od kaskadne veze četvoropola označenih sa T koji predstavljaju liniju za kašnjenje.



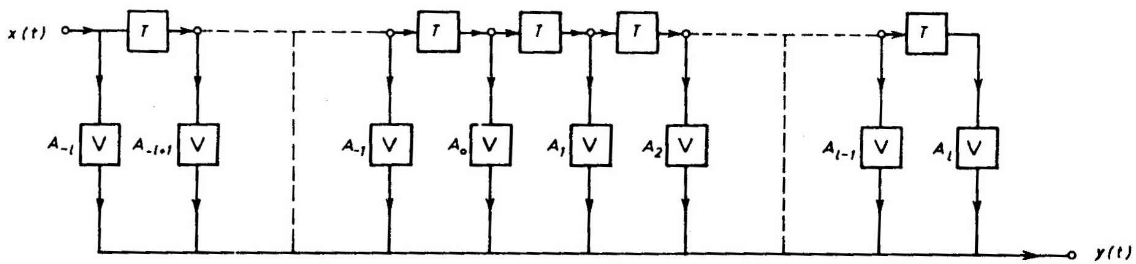
Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Signal uzet sa svakog izvoda prolazi kroz njemu odgovarajući pojačavač.
- Pojačanja pojačavača A_{-l}, A_{-l+1}, ..., A_{-1}, A_0, A_1, A_2, ..., A_l mogu da se podešavaju.
- Izlazni signali iz svih pojačavača se sabiraju i tako daju rezultantni izlazni signal.

$$y(t) = A_{-l}x(t) + A_{-l+1}x(t-T) + \cdots + A_0 x(t-lT) + \cdots + A_l x(t-2lT) =$$

$$= \sum_{k=-l}^{l} A_k x[t-(k+l)T]$$



Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Funkcija prenosa transferzalnog filtra je

$$H_K(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = e^{-jlT\omega} \sum_{k=-l}^{l} A_k e^{-jkT\omega} = e^{-jlT\omega} H_k(j\omega)$$

- Prvi faktor $e^{-jlT\omega}$ opisuje komponentu fazne funkcije koja linearno zavisi od učestanosti. Njom se unosi konstantno kašnjenje lT.
- Drugi faktor predstavlja periodičnu funkciju po ω čija je perioda $2\pi/T$.

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Ako sistem prenosa ima funkciju prenosa $H_s(j\omega)$, a prema Nyquistovom kriterijumu je potrebno da ona bude $H(j\omega)$, onda se kaskadnim vezivanjem transverzalnog filtra i sistema prenosa dolazi do relacije:

$$H_s(j\omega)H_K(j\omega) \cong e^{-jlT\omega}H(j\omega)$$

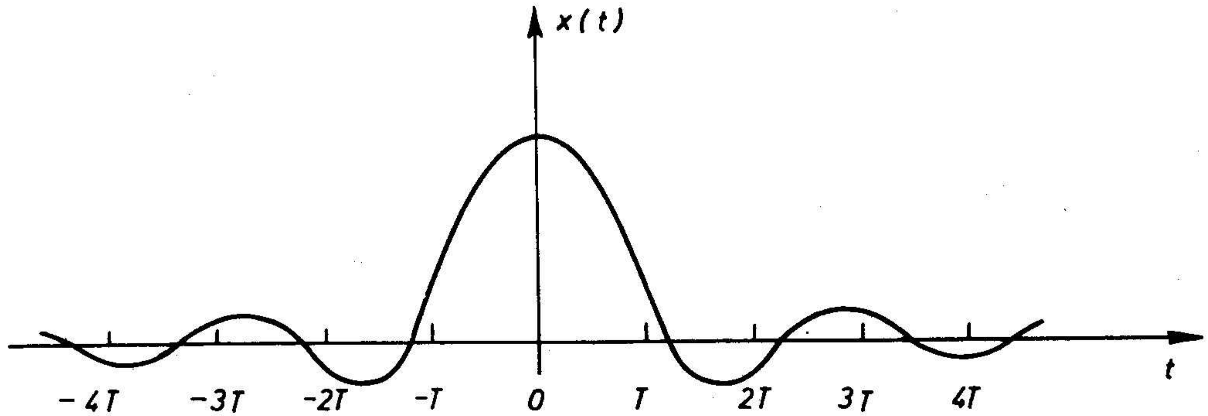
$$H_k(j\omega) = \sum_{k=-l}^{l} A_k e^{-jkT\omega} \cong \frac{H(j\omega)}{H_s(j\omega)} = F(j\omega)$$

- U gornjim relacijama stavljen je znak približnosti jer se radi o aproksimaciji. U stvari od funkcije $F(j\omega)$ se uzima dio koji se nalazi u intervalu $|\omega| \leq \pi/T$, od koga se pravi periodična funkcija.

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Ilustracija



$$y(t) = A_{-l}x(t) + A_{-l+1}x(t-T) + \cdots + A_0 x(t-lT) + \cdots + A_l x(t-2lT) =$$

$$= \sum_{k=-l}^{l} A_k x[t-(k+l)T]$$

Prenos bez ISI u realnim sistemima

Problem korekcije i transferzalni filtar

- Prvi Nyquistov kriterijum će biti zadovoljen ako y(t) zadovoljava uslov da je:

$$y[(m+l)T] = \begin{cases} y_0, & \mathrm{m} = 0 \\ 0, & \mathrm{m} = \pm 1, \pm 2, \pm \cdots \end{cases}$$

- Medutim, ovaj uslov upotrebom transverzalnog filtra ne može da se zadovolji u svim tačkama mT, već samo u onoliko tačaka koliko grana ima filtar.

$$y[(k+l)T] = \begin{cases} y_0, & \mathrm{k} = 0 \\ 0, & \mathrm{k} = \pm 1, \pm 2, \pm \cdots \pm l \end{cases}$$

- Ako se, sada, ovaj uslov uvrsti u opšti izraz za odziv sistema i za zadato x(t) napiše za svako k, dobiće se (2l+1) simultanih linearnih jednačina iz kojih se mogu pronaći svi koeficijenti A_k. Na taj način je osigurano da u 2l tačaka odabiranja odziv y(t) ima vrijednost nula.

Ispitna pitanja

- Drugi Nyquistov kriterijum
- Opšti oblik standardnog signala
- Prenos signala kroz realne kanale i dijagram oka
- Transferzalni filtar